**1. 根据级数收敛与发散的定义判定下列级数的收敛性:**

**(1);**

**解 因为**

****

**,**

**所以级数发散.**

**(2);**

**解 因为**

****

****

****

**,**

**所以级数收敛.**

**2. 判定下列级数的收敛性:**

**(1);**

**解 这是一个等比级数, 公比为, 于是, 所以此级数收敛.**

**(2);**

**解 此级数是发散的, 这是因为如此级数收敛, 则级数**

****

**也收敛, 矛盾.**

**(3);**

**解 因为级数的一般项,**

**所以由级数收敛的必要条件可知, 此级数发散.**

**(4).**

**解 因为和都是收敛的等比级数, 所以级数**

**是收敛的.**

**3. 用比较判别法或极限形式的比较判别法判定下列级数的收敛性:**

**(1);**

**解 因为, 而级数发散, 故所给级数发散.**

**(2).**

**解 因为, 而级数发散, 故所给级数发散.**

**(3);**

**解 因为, 而级数收敛,故所给级数收敛.**

**(4);**

**解 因为, 而级数收敛,故所给级数收敛.**

**(5).**

**解 因为**

**,**

**而当*a*>1时级数收敛, 当0<*a*≤1时级数发散,**

**所以级数当*a*>1时收敛, 当0<*a*≤1时发散.**

**4. 用比值判别法判定下列级数的收敛性:**

**(1);**

**解 级数的一般项为. 因为**

**,所以级数发散.**

**(2);**

**解 因为, 所以级数收敛.**

**(3);**

**解 这里, 因为**

**, 所以级数收敛.**

**(4);**

**解 这里, 因为**

**, 所以级数收敛.**

**(5).**

**解 因为,所以级数收敛.**

**5. 用根值判别法判定下列级数的收敛性:**

**(1);**

**解 因为, 所以级数收敛.**

**(2);**

**解 因为, 所以级数收敛.**

**(3);**

**解 因为**

**， 所以级数收敛.**

**(4), 其中*an*→*a*(*n*→∞), *an*, *b*, *a*均为正数且*a*≠*b*.**

**解 因为, 所以当*b*<*a*时级数收敛, 当*b*>*a*时级数发散.**

**(5);**

**解 因为，所以级数收敛.**

**6．应用级数理论证明极限：**

**（1） ；（2） .**

**证 （1）考虑级数，， 由于**

**，**

**所以级数收敛，由级数收敛的必要条件知．**

**（2）考虑级数，由于**

****

**所以级数收敛，由级数收敛的必要条件即知 ．**

**7． 设，证明：如果级数收敛，则级数与级数都收敛．**

**证 1）先证收敛：**

**因级数收敛，则，故当充分大时，，因而，由比较判别法知级数收敛．**

**2）证收敛：因 ，且和均收敛，所以由比较判别法知级数收敛．**